К КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ИЛИ О ПРИНЦИПЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ НА ПЛАНКОВСКОМ МАСШТАБЕ

Климец А.П.

apklimets@rambler.ru

Аннотация

В статье рассматривается слабое гравитационное поле. В приближении слабого поля получены новые соотношения неопределенностей на планковском масштабе. Показано, что масштаб Планка является пределом расстояния, меньше которого сами понятия пространства и длины перестают существовать. Показано, что на планковском уровне должно квантоваться не пространство-время, а кривизна пространства-времени. Обсуждается сильное гравитационное поле. Обосновывается трехмерность наблюдаемого пространства.

Введение

В современной физике существует большая проблема: общая теория относительности Эйнштейна полностью классическая, т.е. не квантовая. Для обеспечения логической целостности физики нужна квантовая теория гравитации, объединяющая квантовую механику с общей теорией относительности. Несмотря на многолетние исследования, никто пока не смог сформулировать последовательную и полную квантовую теорию гравитации. Сегодня двумя ведущими кандидатами на квантовую теорию гравитации являются теория струн и теория петлевой квантовой гравитации [1], [2], [3]. В статье не будут обсуждаться эти подходы. Мы проанализируем с точки зрения квантовой механики слабое гравитационное поле.

Из квантовой механики известно, что соотношения неопределенностей Гейзенберга являются полезным рабочим инструментом квантовой теории. Например, результат оценки атома водорода в основном состоянии совпадает с результатами строгой теории. Аналогично можно получить оценку энергии нулевых колебаний осциллятора, оценку величины «размытия» края полосы оптического поглощения в эффекте Франца–Келдыша и т.д. [4]. С помощью соотношений неопределенностей Гейзенберга можно на качественном уровне понять, почему, например, электрон не падает на ядро или почему электроны не входят в состав атомного ядра, почему необходимо отказаться от понятия «траектория» микрообъекта, а также качественно объяснить туннельный эффект.

При такой оценке всерьез следует рассматривать лишь порядок величин. Этот порядок оценивается довольно просто: достаточно заменить в классических выражениях точные значения динамических переменных величинами, характеризующими степень «размытия» этих переменных, т.е. их неопределенностями, а затем воспользоваться квантовомеханическими соотношениями, связывающие указанные неопределенности.

Аналогичным образом анализ слабого гравитационного поля с точки зрения квантовой механики приводит к новым соотношениям неопределенностей, с помощью которых можно довольно простым путем получать важные оценки поведения гравитационного поля на планковском масштабе 10^{-33} см.

Установление соотношений неопределенностей, объединяющих квантовую механику и общую теорию относительности, может явиться важным шагом в построении квантовой теории гравитации.

1 Гравитационное поле вдали от тела

Рассмотрим слабое гравитационное поле (например, на больших расстояниях r от создающего его тела) и определим первые члены его разложения по степеням $1/r$ [5, с.440].

Вдали от тела поле слабое. Это значит, что метрика пространства-времени здесь почти галилеева, т.е. можно выбрать такую систему отсчета, в которой компоненты метрического тензора почти равны своим галилеевым значениям:

$$g_{00}^{(0)} = 1, \qquad g_{0\alpha}^{(0)} = 0, \qquad g_{\alpha\beta}^{(0)} = -\delta_{\alpha\beta} \tag{1.1}$$

Соответственно этому представим g_{ik} в виде

$$g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + h_{ik} \tag{1.2}$$

При этом с точностью до величин первого порядка по h_{ik} определитель тензора g_{ik}:

$$g = g^{(0)}(1 + h)$$

где $h \equiv h_i^i$.

Условие малости h_{ik} не фиксирует однозначного выбора системы отсчета. Если это условие выполнено в какой-либо одной системе, то оно будет выполнено и после любого преобразования $x'^i = x^i + \xi^i$, где ξ^i – малые величины. Тензор h_{ik} переходит при этом в

$$h'_{ik} = h_{ik} - \frac{\partial \xi_i}{\partial x^k} - \frac{\partial \xi_k}{\partial x^i} \tag{1.3}$$

где $\xi_i = g_{ik}^{(0)} \xi^k$.

В первом приближении, с точностью до членов порядка $1/r$, малые добавки к галилеевым значениям даются соответствующими членами разложения центрально-симметричной метрики Шварцшильда. В соответствии с отмеченной неопределенностью в выборе (галилеевой на бесконечности) системы отсчета, конкретный вид h_{ik} зависит при этом от способа определения радиальной координаты r. Если шварцшильдова метрика представлена в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - r^2(\sin^2\Theta d\varphi^2 + d\Theta^2) - \frac{dr^2}{1 - r_g/r} \tag{1.4}$$

первые члены ее разложения при больших r даются выражением

$$ds^2 = ds_0^2 - \frac{2Gm}{c^2 r}(dr^2 + c^2 dt^2) \tag{1.5}$$

где G – гравитационная постоянная, c – скорость света, m – полная масса создающего поле тела. Перейдя в (1.5) от сферических координат к декартовым (для чего надо заменить $dr = n_\alpha dx^\alpha$, где $\mathbf{n}$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{r}$), получим следующие значения:

$$h_{00}^{(1)} = -\frac{r_g}{r}, \quad h_{\alpha\beta}^{(1)} = -\frac{r_g}{r} n_\alpha n_\beta, \quad h_{0\alpha}^{(1)} = 0, \tag{1.6}$$

где $r_g = 2Gm/c^2$ – гравитационный радиус тела.

Тензор кривизны пространства-времени в общей теории относительности имеет вид

$$R^i{}_{klm} = \frac{\partial \Gamma^i_{km}}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma^i_{kl}}{\partial x^m} + \Gamma^i_{nl}\Gamma^n_{km} - \Gamma^i_{nm}\Gamma^n_{kl} \tag{1.7}$$

Из (1.7) можно получить следующее выражение:

$$R_{iklm} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 g_{im}}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{il}}{\partial x^k \partial x^m} - \frac{\partial^2 g_{km}}{\partial x^i \partial x^l}\right) + g_{np}(\Gamma^n_{kl}\Gamma^p_{im} - \Gamma^n_{km}\Gamma^p_{il}) \tag{1.8}$$

При малых h_{ik} величины Γ^i_{kl}, выражающиеся через производные от h_{ik}, тоже малы. Пренебрегая степенями выше первой, мы можем оставить в тензоре кривизны (1.8) только члены в первой скобке:

$$R_{iklm} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 h_{im}}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 h_{kl}}{\partial x^i \partial x^m} - \frac{\partial^2 h_{il}}{\partial x^k \partial x^m} - \frac{\partial^2 h_{km}}{\partial x^i \partial x^l}\right) \tag{1.9}$$

Для тензора Риччи имеем с той же точностью

$$R_{ik} = g^{lm} R_{limk} \approx g^{lm(0)} R_{limk}$$

или

$$R_{ik} = \frac{1}{2}\left(-g^{lm(0)}\frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^l \partial x^m} + \frac{\partial^2 h^l_i}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 h^l_k}{\partial x^i \partial x^l} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^i \partial x^k}\right) \tag{1.10}$$

Выражение (1.10) можно упростить, воспользовавшись произволом в выборе системы отсчета, наложив на h_{ik} четыре (по числу произвольных функций ξ^i) дополнительных условия

$$\frac{\partial \psi_i^k}{\partial x^k} = 0, \qquad \psi_i^k = h_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k h \tag{1.11}$$

Тогда последние три члена в (1.10) взаимно сокращаются и остается

$$R_{ik} = -\frac{1}{2} g^{lm(0)} \frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^l \partial x^m} = \frac{1}{2} \Box\, h_{ik} \tag{1.12}$$

где $\Box$ – оператор д'Аламбера:

$$\Box = -g^{lm(0)} \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^m} = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Условия (1.11) еще не фиксируют однозначного выбора системы отсчета: если некоторые h_{ik} удовлетворяют этим условиям, то им же будут удовлетворять и h_{ik} из (1.3), если только ξ^i являются решениями уравнения

$$\Box\, \xi^i = 0 \tag{1.13}$$

Приравняв выражение (1.12) нулю, найдем таким образом, уравнения гравитационного поля в пустоте в виде

$$\Box\, h_i^k = 0 \tag{1.14}$$

Это обычное волновое уравнение.

2 О постоянном гравитационном поле

В случае постоянного гравитационного поля оказывается возможным вывести выражение для полной энергии материи вместе с полем в виде интеграла только по пространству, занятому материей [5, с.105]. Получить его можно, исходя из следующего выражения, справедливого, когда все величины не зависят от x^0:

$$R_0^0 = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (\sqrt{-g}\, g^{i0} \Gamma_{0i}^\alpha) \tag{2.1}$$

Действительно, из (1.7) имеем

$$R_0^0 = g^{0i} R_{i0} = g^{0i} \left(\frac{\partial \Gamma_{i0}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{i0}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{0m}^l \right) \tag{2.2}$$

С помощью соотношений

$$\Gamma_{ki}^i = \frac{1}{2g} \frac{\partial g}{\partial x^k} = \frac{\partial \ln \sqrt{-g}}{\partial x^k} \tag{2.3}$$

и

$$\frac{\partial g^{ik}}{\partial x^l} = -\Gamma_{ml}^i\, g^{mk} - \Gamma_{ml}^k\, g^{im} \tag{2.4}$$

находим, что выражение (2.2) может быть написано как

$$R^0_0 = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^l} (\sqrt{-g}\, g^{0i} \Gamma^l_{i0}) + g^{im} \Gamma^0_{ml} \Gamma^l_{i0} \tag{2.5}$$

С помощью того же соотношения (2.4) можно убедиться в том, что второй член справа тождественно равен $(-1/2)\Gamma^0_{lm}(\partial g^{lm}/\partial x^0)$ и вследствие независимости всех величин от x^0 обращается в нуль. Заменив по той же причине в первом члене суммирование по l суммированием по α, получим (2.1).

Интегрируя R^0_0 по (трехмерному) пространству и применив трехмерную теорему Гаусса, получим

$$\int R^0_0 \sqrt{-g}\, dV = \oint \sqrt{-g}\, g^{i0}\, \Gamma^\alpha_{0i}\, df_\alpha \tag{2.6}$$

Взяв достаточно удаленную поверхность интегрирования и воспользовавшись на ней выражениями (1.6) для g_{ik}, получим после вычисления:

$$\int R^0_0 \sqrt{-g}\, dV = \frac{4\pi G}{c^2} m = \frac{4\pi G}{c^3} mc\, u^0 = \frac{4\pi G}{c^3} P^0 \tag{2.7}$$

где $P^0 = mc\, u^0$; $u^0 = 1$. Замечая также, что, согласно уравнениям гравитационного поля Эйнштейна,

$$R^0_0 = \frac{8\pi G}{c^4} \left(T^0_0 - \frac{1}{2} T \right) = \frac{4\pi G}{c^4} (T^0_0 - T^1_1 - T^2_2 - T^3_3) \tag{2.8}$$

получаем формулу

$$P^0 = mc = \frac{1}{c} \int (T^0_0 - T^1_1 - T^2_2 - T^3_3) \sqrt{-g}\, dV \tag{2.9}$$

Эта формула выражает полную энергию материи и постоянного гравитационного поля (т.е. полную массу тела) через тензор энергии-импульса одной только материи [5, с.447]. Следовательно, (2.7) можно переписать:

$$\int R^0_0 \sqrt{-g}\, dS^0 = 2\pi\, r_g \tag{2.10}$$

где $r_g = 2Gm/c^2$ – гравитационный радиус тела, $dS^0 = dV = dx\, dy\, dz$ – элемент трехмерного объема. Обозначив $2 \int R^0_0 \sqrt{-g}\, dS^0 \equiv R^0$, из (2.7) получим

$$R^0 = \frac{8\pi G}{c^3} P^0 = 4\pi r_g \tag{2.11}$$

Целесообразность умножения (2.10) на коэффициент 2 будет видна из дальнейшего.

Величину R^0 мы трактуем как нулевую компоненту радиуса кривизны пространства-времени. В данном случае она равна гравитационному радиусу тела r_g, умноженному на 4π. С точностью до числового множителя эта компонента радиуса кривизны есть не что иное как нулевая компонента гравитационного импульса P^0.

Слабое гравитационное поле является линейным, поэтому (2.11) можно записать в операторном виде. В координатном представлении (2.11) будет иметь вид:

$$\hat{R}^0 \varphi = \left(\frac{8\pi G}{c^3} \right) (-i\hbar) \frac{\partial \varphi}{\partial x_0} = \left(\frac{8\pi G}{c^3} \right) \left(-i \frac{h}{2\pi} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x_0} = -4\, i\, l^2_{pl} \frac{\partial \varphi}{\partial x_0} \tag{2.12}$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, $\hbar = h/2\pi$, $l_{pl} = \left(hG/c^3\right)^{1/2} \sim 10^{-33}$см – фундаментальная планковская длина, φ – волновая функция. (2.12) является определением оператора гравитационного импульса $\hat{R}^0$. Таким образом, оператор 0-составляющей гравитационного импульса постоянного гравитационного поля R^0 имеет вид:

$$\hat{R}^0 = -4i\, l_{pl}^2 \frac{\partial}{\partial x_0} \tag{2.13}$$

Очевидно, что операторы гравитационного импульса $\hat{R}^0$ и сопряженной координаты $\hat{x}_0$ не коммутируют между собой. Их коммутатор равен

$$[\hat{R}^0,\, \hat{x}_0] = -4i\, l_{pl}^2 \tag{2.14}$$

Тогда соответствующее соотношение неопределенностей будет иметь вид

$$\Delta R^0\, \Delta x_0 \geq 2 l_{pl}^2 \tag{2.15}$$

или, с учетом (2.11), (2.15) будет иметь вид

$$\Delta r_g\, \Delta x_0 \geq \frac{l_{pl}^2}{2\pi} \tag{2.16}$$

где r_g – гравитационный радиус тела, $x_0 = ct$. Обозначим

$$\ell_{pl} = \frac{l_{pl}}{\sqrt{2\pi}}$$

Тогда (2.16) перепишется в виде

$$\Delta r_g\, \Delta x_0 \geq \ell_{pl}^2 \tag{2.17}$$

Очевидно, что в случае статического сферически-симметричного поля, создаваемого покоящимся сферически симметричным телом координата $x_0 = ct$, сопряженная с гравитационным радиусом r_g, совпадает с радиальной координатой r, поэтому соотношение неопределенностей (2.17) можно переписать следующим образом

$$\Delta r_g\, \Delta r \geq \ell_{pl}^2 \tag{2.18}$$

Анализируя соотношения неопределенностей (2.18) можно заключить, что *масштаб Планка является пределом расстояния, меньше которого сами понятия пространства и длины перестают существовать. Любая попытка исследовать существование более коротких расстояний (меньше, чем 10^{-33}см), осуществляя столкновения при более высоких энергиях, неизбежно закончилась бы рождением черной дыры. Столкновения при больших энергиях, вместо того, чтобы дробить вещество на более мелкие кусочки, приведут к рождению черных дыр все большего размера*[6]. Действительно, уменьшение r, согласно соотношению (2.18), ведет к увеличению гравитационного радиуса r_g, то есть к рождению черной дыры большего размера. Таким образом, появление планковских черных дыр знаменует конец важного направления науки.

Гравитационное поле не может быть исключено во всем пространстве никаким преобразованием координат, тем не менее надлежащим преобразованием координат, перейдя в ускоренную систему отсчета, можно привести метрические коэффициенты к почти галилееву виду в любой малой области негалилеева пространства-времени (т.е. локально). Поэтому и для сильного гравитационного поля локально (в малой области пространства-времени) также справедливо соотношение неопределенностей (2.18).

3 Гравитационное поле при наличии материи

Основные уравнения общей теории относительности – уравнения гравитационного поля Эйнштейна в смешанных компонентах имеют вид

$$G_i^k = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k \tag{3.1}$$

где $G_i^k \equiv R_i^k - (1/2) g_i^k R$.

Рассмотрим слабое гравитационное поле, создаваемое телами, движущимися со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света [5, с.470].

Благодаря наличию материи уравнения для слабого гравитационного поля будут отличаться от простого волнового уравнения (1.14) наличием в правой части равенства членов, происходящих от тензора энергии-импульса материи. Напишем эти уравнения в виде

$$\frac{1}{2} \Box \psi_i^k = \frac{8\pi G}{c^4} \tau_i^k \tag{3.2}$$

где вместо h_i^k введены более удобные для этого случая величины ψ_i^k из (1.11), а τ_i^k условно обозначают выражения, получающиеся при переходе в точных уравнениях тяготения к случаю слабых полей в рассматриваемом приближении. Величины ψ_i^k удовлетворяют условию (1.11) $\partial \psi_i^r / \partial x^k = 0$. Из (3.2) следует, что такое же уравнение имеет место и для τ_i^k:

$$\frac{\partial \tau_i^r}{\partial x^k} = 0 \tag{3.3}$$

Это уравнение заменяет здесь общее соотношение $T_{i;k}^k = 0$.

Будем искать 4-импульс источника гравитационного поля. Линеаризованное уравнение поля Эйнштейна (3.2) можно проинтегрировать по 3-мерной гиперповерхности S_k.

$$\frac{1}{2} \int \sqrt{-g}\, \Box \psi_i^k dS_k = \frac{8\pi G}{c^4} \int \sqrt{-g}\, \tau_i^k dS_k \tag{3.4}$$

где $\sqrt{-g} = \sqrt{-g^{(0)}(1+h)}$

Тогда правая часть в (3.4) принимает вид

$$\frac{8\pi G}{c^4} \int \sqrt{-g}\, \tau_i^k dS_k = 4\pi \frac{2G}{c^3} P_i \tag{3.5}$$

где P_i – 4-импульс материи и является тензором в асимптотически плоской области, окружающей источник.

Левую часть уравнения (3.4) можно записать следующим образом

$$\frac{1}{2}\int \sqrt{-g}\,\Box\,\psi_i^k dS_k \equiv R_i \tag{3.6}$$

Тогда линеаризованное уравнение Эйнштейна (3.4) принимает вид

$$R_i = \frac{8\pi G}{c^3} P_i \tag{3.7}$$

Сопоставляя (3.7) и (2.11), мы приходим к выводу, что величина R_i в (3.7) является i-ой компонентой радиуса кривизны пространства-времени. Проанализируем уравнение (3.7) с квантово-теоретической точки зрения. Заменим динамические переменные R_i и P_i их операторами. Тогда в координатном представлении уравнение (3.7) примет вид

$$R_i\varphi = \left(\frac{8\pi G}{c^3}\right)\left(-i\frac{h}{2\pi}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x^i} = -4\,i\,l_{pl}^2\frac{\partial\varphi}{\partial x^i} \tag{3.8}$$

где $l_{pl}^2 = h\,G/c^3$. Сопоставляя (3.8) и (2.12), приходим к выводу, что соотношение (3.8) является определением оператора гравитационного импульса R_i и (2.12) является частным случаем (3.8). Теперь видно, почему мы (2.10) умножили на коэффициент 2. Таким образом, оператор i-составляющей гравитационного импульса гравитационного поля R_i имеет вид:

$$\hat{R}_i = -4i\,l_{pl}^2\,\frac{\partial}{\partial x^i} \tag{3.9}$$

Очевидно, что операторы гравитационного импульса $\hat{R}_i$ и сопряженной координаты $\hat{x}^i$ не коммутируют между собой. Их коммутатор равен

$$[\hat{R}_i,\,\hat{x}^i] = -4i\,l_{pl}^2 \tag{3.10}$$

Тогда соответствующее соотношение неопределенностей будет иметь вид

$$\Delta R_i\,\Delta x^i \geq 2l_{pl}^2 \tag{3.11}$$

4 Некоторые результаты, вытекающие из соотношения неопределенностей $\Delta r_g \Delta r \geq \ell_{pl}^2$

В квантовой механике известное соотношение неопределенностей $\Delta P_x \Delta x \geq \frac{1}{2}\,\hbar$ является полезным рабочим инструментом квантовой теории, позволяя довольно простым путем получать важные оценки. Аналогичным образом можно использовать установленное выше соотношение неопределенностей (2.18) между гравитационным радиусом тела r_g и координатой r

$$\Delta r_g \Delta r \geq \ell_{pl}^2$$

где $\ell_{pl} = l_{pl}/\sqrt{2\pi}$.

В качестве примера рассмотрим выражение для пространственно-временной метрики dS^2 для центрально-симметричного гравитационного поля. В классической общей теории относительности оно имеет вид

$$dS^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - r_g/r} - r^2(d\Omega^2 + \sin^2\Omega d\varphi^2) \tag{4.1}$$

Чтобы использовать выражение (4.1) в квантовой теории гравитации, будем рассматривать величины r_g и r, входящие в него, как неопределенности соответственно гравитационного радиуса и координаты частицы. Согласно соотношению (2.18), эти величины связаны друг с другом. Положим $r_g\, r \approx \ell_{pl}^2$, или проще $r_g\, r = \ell_{pl}^2$. Тогда $r_g = \ell_{pl}^2/r$, а отношение r_g/r будет иметь вид

$$\frac{r_g}{r} = \frac{\ell_{pl}^2}{r^2} \tag{4.2}$$

Используя это выражение, исключим величину r_g из (4.1). Получим

$$dS^2 = \left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \ell_{pl}^2/r^2} - r^2(d\Omega^2 + \sin^2\Omega d\varphi^2) \tag{4.3}$$

Из (4.3) мы видим, что метрика пространства-времени ограничена снизу планковской длиной ℓ_{pl}. На планковском масштабе материя переходит в чернодырное состояние, коллапсирует.

Аналогичным образом необходимо поступить и с другими выражениями, получаемыми в рамках общей теории относительности. Здесь мы, конечно, предполагаем, что канонические уравнения классической общей теории относительности сохраняют свой вид и на планковском масштабе.

В макроскопической физике, встречаясь с тяжелым телом, надо прежде всего оценить его гравитационный радиус, и мы уже будем знать многое о величине эффектов, связанных с общей теорией относительности. Например, масштаб изменения хода часов определяется безразмерным параметром η, т.е. отношением гравитационного радиуса r_g к расстоянию до центра притяжения r

$$\eta = \frac{r_g}{r}$$

Для Солнца он составляет примерно $4 * 10^{-6}$ или $1.76''$, то есть луч света, проходя вблизи края диска Солнца, отклонится на величину порядка $4 * 10^{-6}$ радиан. Для Меркурия этот параметр будет составлять 10^{-7}, что за сто земных лет дает для смещения перигелия Меркурия $43''$. С помощью этого безразмерного параметра можно также оценить, например, скорость Меркурия, приравняв центробежную силу инерции центростремительной силе. Этот же параметр входит и в третий закон Кеплера. Не удивительно, что r_g входит и во все остальные оценки: просто никакой другой величины размерности длины, кроме r_g, составить нельзя. Но, как мы выяснили выше, отношение r_g/r на планковском масштабе принимает вид ℓ_{pl}^2/r^2 , поэтому для того, чтобы сделать оценку любого соотношения, получаемого в рамках классической общей теории относительности применительно к планковскому масштабу, необходимо выражение r_g/r заменить выражением ℓ_{pl}^2/r^2.

Тогда, как мы видели выше, в центрально-симметричном гравитационном поле метрический коэффициент g_{00} будет иметь вид

$$g_{00} \approx 1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2} \tag{4.4}$$

Например, чтобы оценить величину флуктуаций скорости света (отклонение скорости света от классического значения) на планковском масштабе при распространении его в гравитационном поле на прицельном расстоянии r от планковской черной дыры, необходимо руководствоваться следующим соотношением

$$c' = c\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \approx c\left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2}\right)$$

Видно, что флуктуации скорости света наиболее значительны именно на планковском масштабе и их величина определяется не планковской длиной ℓ_{pl}, а ее квадратом ℓ_{pl}^2.

При исследовании проблемы измеримости средних гравитационных полей величина напряженности поля Γ, метрический тензор g, ускорение силы тяжести γ, гравитационный потенциал Φ, могут быть измерены также с ошибкой, пропорциональной отношению ℓ_{pl}^2/r^2 [7].

К аналогичным выводам мы приходим и из анализа размерностей [8]. Действительно, гравитационное поле совершает нулевые колебания. Оценим порядок длины волны нулевых гравитационных колебаний, при которой геометрия становится не похожей на евклидову. Степень отклонения η геометрии от евклидовой в гравитационном поле определяется отношением гравитационного потенциала Φ и квадрата скорости света c:

$$\eta = \frac{\Phi}{c^2}$$

Когда $\eta \ll 1$, геометрия близка к евклидовой; при $\eta = 1$ всякое сходство исчезает. Энергия колебания масштаба l равна

$$E = h\,v = \frac{h\,c}{l}$$

Здесь c/l - порядок частоты колебаний, h – постоянная Планка. Гравитационный потенциал Φ, создаваемый массой m, на такой длине есть

$$\Phi = \frac{G\,m}{l}$$

где G – постоянная всемирного тяготения.

Вместо m следует подставить массу, которой соответствует энергия $E\,(m = E/c^2)$. Получаем

$$\Phi = \frac{G}{c^2}\frac{E}{l} = \frac{G\,h}{c\,l^2}$$

Разделив это выражение на c^2, получим величину η

$$\eta = \frac{\Phi}{c^2} = \frac{G\,h}{c^3\,l^2} = \frac{l_{pl}^2}{l^2} \tag{4.5}$$

Сопоставляя (4.2) и (4.5), убеждаемся в их идентичности.

Аналогичным образом из соображений размерности нетрудно перейти от установленного выше соотношения неопределенностей (2.18)

$$\Delta r_g \, \Delta r \geq \ell_{pl}^2$$

к соотношению неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta P \, \Delta r \geq \frac{\hbar}{2}$$

Действительно, положим $r_g \, r \approx \ell_{pl}^2$ и подставим соответствующие выражения для r_g и ℓ_{pl}. Получим

$$\frac{2G\,m}{c^2}\, r = \frac{2G\,m\,c}{c^3}\, U_0\, r = \frac{2G}{c^3}\, P_0\, r \approx \frac{G\,\hbar}{c^3}$$

или, окончательно

$$P_0\, r \approx \frac{\hbar}{2}$$

Здесь $P_0 = m\,c\,U_0$, U_0 – 4-скорость, равная единице, все остальные компоненты импульса для статического центрально-симметричного поля равны нулю.

В качестве еще одного примера рассмотрим движение частицы в центрально-симметричном гравитационном поле [5, с.411]. Как и во всяком центральном поле, движение будет происходить в одной «плоскости», проходящей через центр поля; выберем эту плоскость в качестве плоскости $\Theta = \pi/2$. Воспользуемся уравнением Гамильтона-Якоби

$$g^{ik} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^k} - m^2 c^2 = 0$$

где m – масса частицы (массу же центрального тела обозначим здесь как m'), S – действие. С метрическим тензором $g_{00} = 1 - r_g/r$, где $r_g = 2m'G/c^2$ – гравитационный радиус центрального тела, это уравнение принимает вид

$$\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} E^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) P_r^2 c^2 - \frac{M^2 c^2}{r^2} - m^2 c^4 = 0 \tag{4.6}$$

где $E = \partial S/\partial t$; $P_r = \partial S/\partial r$; $P_\varphi = \partial S/\partial \varphi = M/r$; M – момент импульса.

Перепишем (4.6) следующим образом

$$E^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^2 P_r^2 c^2 + \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) \frac{M^2 c^2}{r^2} + \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) m^2 c^4 \tag{4.7}$$

Уравнение (4.7) является общековариантным уравнением для энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном гравитационном поле. Гравитационное поле здесь учтено наличием множителя $(1 - r_g/r)$. Правую сторону его можно рассматривать в качестве гамильтониана в уравнении Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

если (4.7) соответствующим образом линеаризовать по аналогии с уравнением Дирака, что, однако, представляет собой определенную математическую трудность.

При качественном же анализе мы можем подставить в уравнение (4.7) вместо величины r_g/r величину ℓ_{pl}^2/r^2, вместо импульса P_r величину $n\,\hbar/r$ (исходя из условия квантования момента Бора), вместо момента импульса M^2 величину $\hbar^2 l(l+1)$, где $n, l = 0, 1, 2, \ldots$, n – главное квантовое число, l – орбитальное квантовое число. Получим

$$E(r)^2 = \left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2}\right)^2 \frac{\hbar^2 c^2}{r^2} n^2 + \left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2}\right) \frac{\hbar^2 c^2}{r^2} l(l+1) + \left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2}\right) m^2 c^4 \qquad (4.8)$$

Уравнение (4.8) можно отобразить и в форме графика для функции $E(r)$, например, при $n = 1$, $l = 1$ и постоянном значении mc^2, причем точки пересечения графика с осью r ($E = 0$), будут характеризовать внешний (т. 1) и внутренний (т. 2) горизонты событий планковской черной дыры, $r = 0$ – сингулярность (рис. 1)

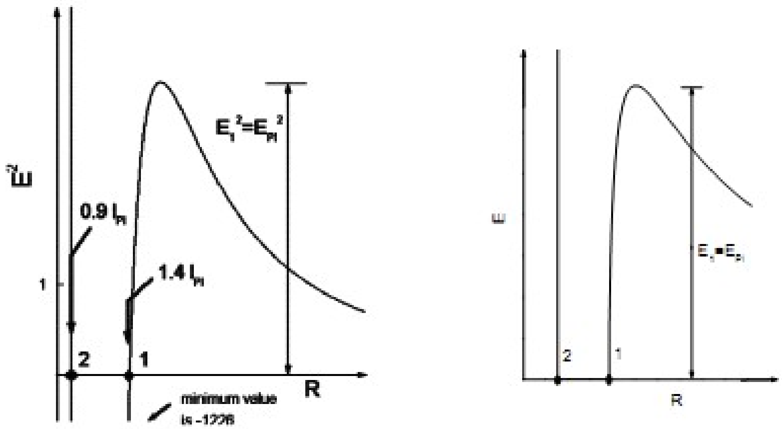

Рис. 1: Графики E(r)

Отметим, что в общем случае, при наличии у массы m' заряда и вращения, поверхность двух горизонтов событий (внешнего и внутреннего) будет определяться не выражением $r_g = 2Gm'/c^2$, а следующим выражением [14]

$$r_g = \frac{G}{c^2}\left[m' \pm \left((m')^2 - \frac{Q^2}{G} - \frac{a^2 c^2 \cos^2\Theta}{G^2}\right)^{1/2}\right] \qquad (4.9)$$

где Q – заряд; a – угловой момент вращения на единицу массы. На планковском масштабе эти величины будут иметь вид

$$Q^2 = \hbar\, c\,; \quad a = \frac{G\,\hbar}{c}$$

Подставляя эти значения в (4.9), получим для планковского масштаба качественное выражение для r_g

$$r_g \approx \frac{\ell_{pl}^2}{r} \pm \left(\frac{\ell_{pl}^4}{r^2} - \ell_{pl}^2(1 + \cos^2\Theta)\right)^{1/2} \qquad (4.10)$$

Обратим внимание также на следующее обстоятельство. Из найденного нами уравнения (3.7) следует, что наряду с известными соотношениями $E = \hbar\, w$ и $P = \hbar\, k$ можно записать соотношение

$$R_i = 4\, l_{pl}^2\, k_i \tag{4.11}$$

где k_i – волновой 4-вектор. Родство соотношения (4.11) и уравнения (3.7) очевидно. Достаточно подставить в (3.7) вместо P_i величину $\hbar\, k_i$.

По аналогии с квантом энергии-импульса материи $P_i = \hbar\, k_i$, величину $R_i = 4\, l_{pl}^2\, k_i$ мы должны назвать (с точностью до числового множителя) квантом энергии-импульса слабого гравитационного поля.

Из выражения $R_i = 4\, l_{pl}^2\, k_i$ мы можем утверждать, что в общей теории относительности квантуется не пространство-время, а радиус кривизны пространства-времени R_i в асимптотически плоской области пространства-времени. Поэтому величины $R_i = 4\, l_{pl}^2\, k_i$ мы должны назвать квантами кривизны пространства-времени.

5 О сильном гравитационном поле

Если внутреннее поле тяготения источника слабо, то линеаризованная теория поля справедлива во всем пространстве. Но что будет, если поле тяготения сильное? Справедлива ли в этом случае операция интегрирования уравнения Эйнштейна (3.1)? Какого рода геометрический объект представляет собой 4-импульс P_i или величина R_i ? Он определяется с помощью измерений, выполненных в относительной удаленности от источника (например, черной дыры), где с увеличением расстояния пространство-время становится все более плоским (асимптотически плоским). Поэтому величины P_i и R_i можно рассматривать как i-компоненты 4-импульсов материи и гравитационного поля в асимптотически плоском пространстве-времени, окружающем источник в асимптотической лоренцевой системе отсчета, где справедливо линеаризованное уравнение Эйнштейна.

Интегрирование же уравнений сильного (нелинейного) гравитационного поля Эйнштейна (3.1) вблизи от источника в общей теории относительности не определено по той простой причине, что надо просуммировать вклады от компонентов G_i^k и T_i^k. Но последние зависят от выбора базиса (системы отсчета) на многообразии. Кривизна здесь играет решающую роль, т.к. на многообразии с ненулевой кривизной (т.е. вблизи от источника) невозможно ввести единую (выделенную) систему координат, в отличие от плоского пространства.

Когда область интегрирования мала, величина $\int G_i^k \sqrt{-g}\, dS_k = R_i$ и величина $\int T_i^k \sqrt{-g}\, dS_k = P_i$ являются тензорами. Если область интегрирования не мала, то эти интегралы не будут тензорами, так как они представляют собой сумму тензоров, заданных в разных точках и, следовательно, не преобразующиихся по какому-либо простому закону при преобразовании координат [9].

Чтобы просуммировать интегральные суммы по какой-то области, необходимо найти определенное соответствие между значениями G_i^k и T_i^k в точках этой области, принадлежащим вообще говоря различным расслоениям. Единственная возможность сделать это - это совершать параллельный перенос G_i^k и T_i^k из одной точки в другую, пока не просуммируется вся интегральная сумма.

Но процедура параллельного переноса единственна только в плоском пространстве, тогда как на многообразии ненулевой кривизны она будет зависеть от пути переноса.

Однако, хотя истинное гравитационное поле не может быть исключено во всем пространстве никаким преобразованием координат, тем не менее надлежащим преобразованием координат, перейдя в ускоренную систему отсчета, можно привести метрические коэффициенты к почти галилееву виду в любой малой области негалилеева пространства-времени (т.е. локально). Поэтому сильное гравитационное поле в малой области пространства-времени (в микромире) в падающей системе отсчета будет выглядеть как слабое поле, так как метрика пространства-времени здесь галилеева или почти галилеева, то есть компоненты метрического тензора почти равны своим галилеевым значениям. Все явления в системе отсчета, жестко связанной со свободно движущимся в поле тяготения телом, совершаются таким образом, как будто бы поля тяготения не существует. Но «устранение» поля тяготения можно осуществить лишь в некоторой малой области пространства. Никаким выбором системы отсчета нельзя «устранить» во всем пространстве существующее реально поле тяготения. Эквивалентность тяготения и ускорения локальна и приближенна (с точностью до соотношения неопределенностей (3.11), каким бы малым не была область пространства. Вот этот малый «остаток» гравитационного поля в падающей системе отсчета и можно считать асимптотически плоским пространством-временем. Поэтому и для сильного гравитационного поля локально (в малой области пространства-времени) справедливы соотношения неопределенностей, найденные нами выше

Из соотношения неопределенностей (3.11) следует, что не существует такого эксперимента, с помощью которого можно было бы отличить квантованное гравитационное поле от не квантованного. То есть не существует такого эксперимента, который позволил бы выяснить, классическим или квантовым характером обладает гравитационное поле, существуют гравитоны или нет. Чтобы отличить классическое поле от квантового, необходимо иметь возможность измерять длины, меньшие планковской длины. Но ниже планковской длины операции измерения теряют смысл. Тем самым гравитация оказывается по ту сторону законов классической и квантовой теорий. Общая теория относительности стоит уже по ту сторону противоположностей между классической и квантовой физикой [10].

В вакууме в результате квантовых флуктуаций должны, согласно соотношению неопределенностей $\Delta r_g \Delta r \geq \ell_{pl}^2$, возникать виртуальные планковские черные дыры. Квантовые флуктуации гравитационного поля (мерцание геометрии пространства-времени) тем больше, чем меньше масштаб длины. В планковском масштабе 10^{-33} см флуктуации метрики порядка единицы. Пространство-время в планковских масштабах напоминает «мыльную пену». Взаимодействие элементарных частиц с пространственно-временной «пеной» может приводить к несохранению бозонного и лептонного зарядов. Ожидаемое при этом время жизни протона составляет 10^{50} лет [11].

Может возникнуть вопрос, как на планковском масштабе можно интерпретировать операцию дифференцирования? Ведь эта операция, предполагает, что понятия пространства и длины не перестают существовать. На этот вопрос отвечает уравнение (4.3)

$$dS^2 = \left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r^2}\right) c^2dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \ell_{pl}^2/r^2} - r^2(d\Omega^2 + \sin^2\Omega d\varphi^2)$$

Из него следует, что когда мы доходим до планковских масштабов, на планковском уровне образуется пространственно-временной разрыв, дыра в пространстве, то есть операция дифференцирования теряет смысл, в уравнении (4.3) появляется деление на ноль. Казалось бы, сингулярность в метрике Шварцшильда не физическая. Она устраняется выбором соответствующей (падающей) системы отсчета. Истинная, физическая сингулярность находится только в центре черной дыры. Действительно, если черная дыра большая, то от координатной сингулярности можно избавиться, перейдя в падающую систему отсчета. Падающий наблюдатель, возможно, даже не заметит, как и когда он пересечет горизонт событий. Но для планковской черной дыры ситуация совсем другая. Чтобы пересечь планковский горизонт событий, падающая система отсчета вместе с наблюдателем должны уменьшиться до планковских размеров. Как только это произойдет, падающая система отсчета сама превратиться в планковскую черную дыру. Поэтому истинную сингулярность, находящуюся под горизонтом событий планковской черной дыры, некому и нечем верифицировать (эмпирически подтвердить). А раз так, то мы не имеем права о ней говорить, она не наблюдаема и для удаленного наблюдателя и для падающего. Таким образом, метрическая не физическая сингулярность на планковском масштабе одновременно оказывается истинной физической сингулярностью. Другого нам просто не дано.

Одна из наиболее ощутимых неприятностей в динамической квантовой теории поля состоит в возникновении расходящихся интегралов при решении квантовополевых задач. Устранение расходимостей при помощи перенормировки масс и зарядов является некоторой удачной полумерой. Возникновение расходимостей, по всей вероятности, обусловлено использованием в современной теории поля метрики специальной теории относительности

$$dS^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2(d\Omega^2 + \sin^2\Omega d\varphi^2) \tag{5.1}$$

что связано с пренебрежением в теории поля гравитационными эффектами. Последнее приводит к существенному пороку теории: к неприменимости ее для очень малых областей пространства и расходимостям при больших импульсах. Квантовую теорию поля следует строить на базе общей теории относительности, то есть на базе общековариантного формализма (см.уравнение (4.7)). При этом необходимо решить вопрос о квантовании нелинейных уравнений поля. На этом пути, как представляется, удастся построить квантовую теорию поля, применимую для сколь угодно малых областей пространства и лишенных таких пороков, как расходимость. Действительно, уже качественный анализ показывает, что уравнение (4.8) для энергии частицы, движущейся в гравитационном поле, ограничено планковской длиной и обрезание энергии сверху происходит естественным образом из-за рождения при планковской энергии планковских черных дыр.

Как мы подчеркнули выше, пространство-время на планковском масштабе не имеет «ячеистую» природу. Пространство-время ограничено планковской длиной, на этом уровне его невозможно верифицировать, так как любые инструменты для проведения такой верификации в планковских масштабах коллапсируют и сами становятся планковскими черными дырами [13]. Квантуется не пространство-время, а кривизна пространства-времени. Это естественно, так как энергия-импульс связан не с пространством-временем, а с кривизной пространства-времени и потому квантование энергии-импульса влечет за собой и квантование кривизны пространства-времени. Можно предположить, что квантами кривизны пространства-времени на планковском масштабе должны быть планковские черные дыры. Дальнейшее дробление пространства на планковском масштабе становится невозможным в связи с тем, что резко меняются свойства пространства-времени – в этом масштабе появляются планковские черные дыры.

6 Почему пространство трехмерно?

Обратимся еще раз к уравнению (4.7). Разложим это уравнение в ряд по степеням $1/r$. Получим

$$E(r) \approx P_r c \left(1 - \frac{r_g}{r} + \frac{1}{2}\frac{(P_\varphi^2 c^2 + m^2 c^4)}{P_r^2 c^2} + \dots\right) \tag{6.1}$$

Видно, что центробежная энергия $P_\varphi c$ появляется только в третьем приближении.

При рассмотрении вопроса о форме уравнения (6.1) в пространствах различной мерности воспользуемся результатами, полученными Эренфестом [15]. При этом учтем, что выражение для центробежной энергии $P_\varphi c$ не зависит от размерности пространства. Поэтому (с целью упрощения графиков функции $E(r)$ в пространствах различной мерности) проведем анализ (6.1) только для двух первых членов разложения

$$E(r) \approx P_r c \left(1 - \frac{r_g}{r} + \dots\right) \tag{6.2}$$

Будем следовать Эренфесту [15]. Эренфест рассматривает «физику» в n-мерном пространстве U_n. При этом закон взаимодействия с точечным центром он выводит (аналогично трехмерному случаю) из дифференциального уравнения Пуассона в U_n для потенциала, определяющего это взаимодействие.

Фундаментальные физические законы взаимодействий задаются в вариационной форме. Лагранжиан для простейшего случая скалярного безмассового поля $\psi(t, x^1, x^2, \dots, x^n)$ имеет вид

$$L = \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 - \sum_{m=1}^{n}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x^m}\right)^2 \tag{6.3}$$

Этот лагранжиан приводит к уравнению Пуассона и, следовательно, к полю точечного центра $\psi \sim r^{n-2}$ ($\psi \sim \ln r$ при $n = 2$). Размерность пространства учитывается в (6.3) только в виде условия на множество значений, которые может принимать индекс m. В $(3+1)$–мерном случае $m = 1, 2, 3$. Таким образом, (6.3) позволяет получить соответствующую часть физики в пространстве любой размерности. Уравнение Пуассона как раз математически эквивалентно указанному лагранжиану (с естественным обобщением на другие поля).

В сферически-симметричном случае в U^n из уравнения Пуассона или из закона

Гаусса для напряженности поля следуют выражения для полной энергии (6.2)

$$E^{(n)}(r) \approx P_r c \left(1 - \frac{r_g}{(n-2)r^{n-2}}\right); \qquad n \geq 3 \tag{6.4}$$

$$E^{(2)}(r) \approx P_r c(1 + r_g \ln r); \qquad n = 2 \tag{6.5}$$

$$E^{(1)}(r) \approx P_r c(1 + r_g r); \qquad n = 1 \tag{6.6}$$

На планковском масштабе эти уравнения будут иметь вид (при условии, что $k = c = \hbar = 1, \ell_{pl} = k\hbar/c^3$). Здесь k–константа взаимодействия в n-мерном пространстве. С обычной постоянной Ньютона G она находится через сшивку потенциалов для 3-мерного пространства и соответствующего n-мерного пространства. Имеем

$$E^{(n)}(r) \approx \frac{\hbar c}{r}\left(1 - \frac{\ell_{pl}^2}{r}\frac{1}{(n-2)r^{n-2}}\right) = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{1}{(n-2)r^{n-1}}\right); \qquad n \geq 3 \tag{6.7}$$

$$E^{(2)}(r) \approx \frac{\hbar c}{r}\left(1 + \frac{\ell_{pl}^2}{r}\ln r\right) = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{1}{r}\ln r\right); \qquad n = 2 \tag{6.8}$$

$$E^{(1)}(r) \approx \frac{\hbar c}{r}\left(1 + \frac{\ell_{pl}^2}{r} r\right) = \frac{2}{r}; \qquad n = 1 \tag{6.9}$$

Построим графики функций $E^{(n)}(r)$ в пространствах с размерностями $1, 2, 3, 4, 5, \ldots, n$ в соответствии с соотношениями (6.7), (6.8), (6.9) (рис.2).

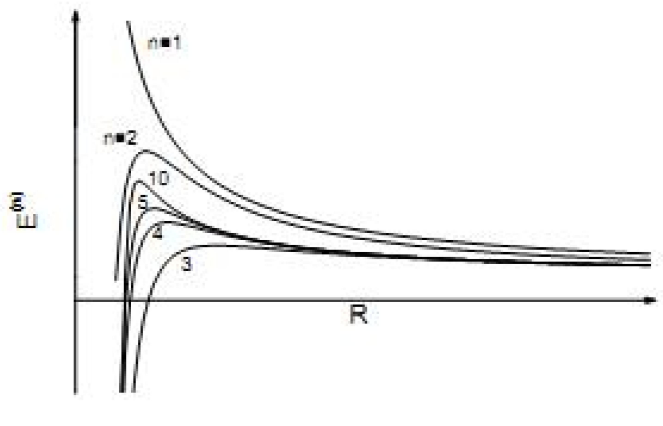

Рис. 2: Графики функций $E^{(n)}(r)$

Из рис.2 видно, что максимумы кривых $E^{(n)}(r)$ в пространствах $U^1, U^2, U^4, U^5, \ldots, U^n$лежат выше максимума кривой $E^{(3)}(r)$ в U^3 . Это означает, что образование планковских черных дыр, с энергетической точки зрения, наиболее выгодно в U^3. Из рис.2 видно, что планковские черные дыры могут образовываться и в пространствах других размерностей (кроме U^1), но минимальная полная энергия системы, необходимая для образования планковских черных дыр, присуща именно 3-мерному пространству.

Всякая система стремится прийти в состояние с минимумом энергии, выделив при этом избыток имеющейся энергии. У системы, обладающей запасом энергии (возбужденной системы), всегда есть «желание» от нее избавиться, прийти в наинизшее энергетическое состояние. Системе это «энергетически выгодно». Для пребывания в возбужденном энергетическом состоянии надо, чтобы была какая-то причина, мешающая системе освободиться от избытка энергии.

Если исходить из принципа, что любая физическая система стремиться реализоваться в состоянии с наименьшей энергией, то вполне очевидно, что, благодаря механизму образования планковских черных дыр в n - мерных пространствах и тому обстоятельству, что планковский вакуум лежит в основе наблюдаемого мира, выбор трехмерного пространства из всех других возможностей при формировании нашей Метагалактики был заранее предрешен.

Действительно, согласно современным представлениям, наблюдаемая Метагалактика возникла 13,7 млрд. лет тому назад из сингулярной «точки» с размером 10^{-33} см, то есть, согласно предыдущим выводам, наша Метагалактика появилась из «чернодырного» состояния физической материи. Отсюда с неизбежностью следует трехмерность наблюдаемого пространства.

С другой стороны, вакуум на планковском масштабе состоит из виртуальных планковских черных дыр, возникновение которых энергетически наиболее выгодно в пространстве размерности три. Поэтому трехмерность наблюдаемого пространства (или четырехмерность пространства-времени) обусловлена исключительно «кипением» планковского вакуума. В планковских масштабах длин пустое пространство вовсе не является пустым - оно представляет собой вместилище самых бурных физических процессов [12]. Причем эти процессы есть не что иное, как гравитационный коллапс, который непрерывно и всюду совершается, но вместе с тем совершается процесс, обратный коллапсу. Коллапс при планковском масштабе длин происходит всюду и непрерывно в виде квантовой флуктуации геометрии и, по-видимому, топологии пространства. В этом смысле коллапс постоянно протекает, но вместе с тем постоянно идет обратный процесс. Образование планковских черных дыр энергетически наиболее выгодно в 3-х мерном пространстве и это обусловливает трехмерность наблюдаемого пространства.

Данный вывод противоречит антропному принципу, который утверждает, что мы живем в 3-мерном пространстве потому, что Вселенные с другими размерностями существуют без наблюдателей или законы Природы устроены таким образом, чтобы во Вселенной могла возникнуть разумная жизнь. Однако, как здесь показано, Вселенных с другими размерностями не должно быть в силу их энергетической невыгодности. Вселенная с размерностью $n = 3$ находится в основном, низшем энергетическом состоянии. Перестройка пространственных отношений, рождение пространств с размерностями $n < 3$ или $n > 3$ потребовало бы дополнительных затрат энергии.

Заключение

В статье получены новые соотношения неопределенностей, логически следующие из соотношений неопределенностей Гейзенберга применительно к слабому гравитационному полю, а также для малых областей пространства-времени в сильном гравитационном поле. Показано, что

1. В микромире масштаб Планка является пределом расстояния.

2. При достижении масштаба Планка появляются планковские черные дыры, на

планковском масштабе длин материя существует в чернодырном состоянии.

3. На планковском уровне вакуум состоит из виртуальных планковских черных дыр.

4. Ниже планковской длины операции измерения длины теряют смысл.

5. На планковском масштабе длин квантуется не пространство-время, а кривизна пространства-времени.

6. На планковском масштабе длин метрическая сингулярность объективно становится истинной физической сингулярностью.

7. Общая теория относительности находиться по ту сторону противоположностей между классической и квантовой физикой.

8. Трехмерность пространства является следствием энергетической выгодности образования планковских черных дыр на планковском масштабе.

Как можно видеть из предыдущего, на планковском масштабе энергий $10^{19}Gev$ такие гипотетические объекты, как «струны». , «браны» и т.п., не должны существовать, однако это не исключает их появление при масштабе энергий от $10^{16}Gev$ до $10^{18}Gev$. Однако необходимо заметить, что, согласно рис. 2, в 1-мерном пространстве гравитационный коллапс материи невозможен, поэтому нельзя исключить существование в природе «струн», как принципиально одномерных объектов в одномерном пространстве. Если в качестве основы 3-х пространства принять 1-мерное пространство, то в этом случае «струны» могут претендовать на роль фундаментальных объектов.

Понятно, что изложенные в статье рассуждения нестроги, но они нужны для понимания сути дела, и здесь их нельзя заменить никакими расчетами, даже самыми точными вычислениями. Такие расчеты не заменяют, а дополняют ясное понимание качественной стороны, понимание физического смысла явления. Физическая картина явления и его математическое описание дополнительны. Создание физической картины мира требует пренебрежения деталями и уводит от математической точности. И наоборот, попытка точного математического описания явления затрудняет ясное понимание. На вопрос «Что дополнительно понятию истины?» Бор ответил «Ясность» [16].

По мнению автора, полученные выводы должны войти в будущую полную квантовую теорию гравитации.

Список литературы

[1] Маршаков А.В., УФН 172 977 — (2002)

[2] Rovelli C. Living Rev.Rel. 1-1 — (1998)

[3] Carlip S. Quantum Gravity: a Progress, gr-qs/ 0108040 — (2001)

[4] Тарасов Л.В. Основы квантовой механики — Москва, Высшая школа, 1978.

[5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Теория поля — Москва, Физматлит, 2003.

[6] Карр Б., Гиддингс С. Квантовые черные дыры — Scientific American, May, 2005

[7] Редже Т. Гравитационное поле и квантовая механика, в сб. «Альберт Эйнштейн и теория гравитации» — Москва, Наука, 1979

[8] Мигдал А. Б. Качественные методы в квантовой теории —Москва, Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1975

[9] Дирак П.А.М. Общая теория относительности —Москва, Атомиздат, 1978

[10] Тредер Г.Ю. Взгляды Гельмгольца, Планка и Эйнштейна на единую физическую теорию, в сб. Проблемы физики. Классика и современность — Москва, Мир, 1982

[11] Фролов В.П. УФН, 138 151 (1982)

[12] Мизнер Ч.,Торн К.,Уилер Дж. Гравитация, в 3-х т. — Москва, Мир, 1977

[13] Klimets A. P. FIZIKA B (Zagreb) 9 (2000) 1, 23-42 или `http://fizika.hfd.hr/fizika_b/bv00/b9p023.htm`

[14] Трофименко А.П. Белые и черные дыры во Вселенной — Минск, Университетское, 1991

[15] Erenfest P.Proc.Amsterdam acad. — Vol.20, 1917

[16] Бор Н. Избранные труды, в 2-х т. — М., Наука, 1966